MATHEMATIQUES APPLIQUEES M-P'

1976

x est une variable réelle : $0 < x < 1$

e est la base des logarithmes népériens. Le symbole Log désigne le logarithme népérien.

I - 1 - On considère les fonctions ψ_1 et ψ_2 définies sur $0, 1$ par $\psi_1(x) = x \operatorname{Log} x$, $\psi_2(x) = -\frac{1}{e} - \psi_1(x)$ si $x > 0$ et par $\psi_1(0) = 0$, $\psi_2(0) = -\frac{1}{e}$.

Etudier les variations de ces deux fonctions sur $0, 1$.

Dresser, à l'aide des tables, le tableau des valeurs à la précision de 10^{-4} de $\psi_1(x)$ et de $\psi_2(x)$ pour $x = \frac{K}{10}$, K décrivant l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

I - 2 - *Représenter sur un même graphique les fonctions* ψ_1 *et* ψ_2 *pour* $0 < x < 1$, *à l'aide de l'étude précédente.*
On déterminera les tangentes aux points d'arrêt.
On utilisera un repère orthonormé avec pour unité 20 cm ; on rappelle que les feuilles distribuées comportent un quadrillage 0,5 cm X 0,5 cm.

II - *Pour* $0 < x < 1$ *et* $0 < y < 1$, *l'on considère la relation*

$$x \operatorname{Log} x + y \operatorname{Log} y = -\frac{1}{e} \qquad (R)$$

On appelle C l'ensemble des points dont les coordonnées en repère orthonormé vérifient (R).
Il admet un axe de symétrie.

II - 1 - *Montrer, à partir de l'étude du I, que la relation (R) permet de définir deux fonctions implicites :* $f_1 : x \to y = f_1(x)$ *et* $f_2 : x \to y = f_2(x)$, *l'une* f_1 *appliquant* $[0, 1]$ *sur* $[0, \frac{1}{e}]$, *l'autre* f_2 *appliquant* $[0, 1]$ *sur* $[\frac{1}{e}, 1]$ *Etudier les variations de ces fonctions.*

II - 2 - *Caractériser les tangentes à C aux points tels que* $y = x$ *et aux points d'abscisses* $0, \frac{1}{e}, 1$.
On admettra que $\frac{dy}{dx}$ *est fonction définie et continue de* x *sauf en* $x = 0$ *et* $x = 1$ *; pour ces derniers points on cherchera la limite de* $\frac{dx}{dy}$

II - 3 - *Utiliser le tableau du I - 1 - pour déterminer les points de C tels que* $[x = 0,1 ; y > \frac{1}{e}]$, $[x = 0,7 ; y > \frac{1}{e}]$, $[x = 0,9 ; y < \frac{1}{e}]$, $[x = 0,9 ; y > \frac{1}{e}]$.
On utilisera la méthode des parties proportionnelles pour la fonction $_2$ *entre deux valeurs consécutives du tableau et l'on donnera 3 chiffres après la virgule.*

II - 4 - *La courbe C coupe la droite d'équation* $y = x$ *en deux points d'abscisses* x_1 *et* x_2 $(x_1 < x_2)$.
Pour calculer x_1 *on utilisera la suite récurrente définie par* $u_o = 0,07$ *et* $u_n = -\frac{1}{2\ e\ \operatorname{Log} u_{n-1}}$ *(justification non demandée).*

On fera les calculs à la table de logarithmes à 5 décimales et l'on prendra u_4 *comme valeur approchée de* x_1.

II - 5 - *Pour déterminer* x_2 *on utilisera la courbe d'équation* $y = \psi_1(x)$ *que l'on remplacera par sa tangente au point d'abscisse 0,8 ; on fera le calcul à la règle.*

II - 6 - *Utiliser l'ensemble des résultats précédents pour tracer la courbe dans les mêmes conditions qu'à la partie I - 2 -.*

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail